

Programmieren 1 Übung: Mehrdimensionale Arrays: Binomialkoeffizient und Pascal'sches Dreieck

Klaus Kusche

Der Binomialkoeffizient "n über k" zweier ganzer Zahlen n und k (beide größergleich 0) hat drei Definitionen, die alle zum selben Ergebnis führen:

- Eine rekursive: "n über k" = "(n - 1) über (k - 1)" + "(n - 1) über k"
- Eine unter Verwendung der Fakultätsfunktion n! : "n über k" = $n! / (k! * (n - k)!)$
- Eine als Bruch zweier Produkte: "n über k" =
"Produkt von k Zahlen von n abwärts" / "Produkt von k Zahlen von 1 aufwärts"

("n über k" ist ganzzahlig, die Divisionen gehen sich daher immer ohne Rest aus)

Weiters gelten folgende Randbedingungen:

- "n über 0" = "n über n" = 1 (damit gilt auch "0 über 0" = 1)
- "n über k" = 0 für $k > n$ oder $k < 0$

Die Binomialkoeffizienten haben viele interessante mathematische Eigenschaften und kommen in der Mathematik und in der Wahrscheinlichkeitsrechnung sehr oft vor. Sie bestimmen beispielsweise die Koeffizienten, wenn man $(a + b)^n$ ausrechnet, oder die erwartete Verteilung der Kugeln im Nagelbrett-Versuch, oder wie viele Möglichkeiten es gibt, aus insgesamt n Gegenständen k Gegenstände auszuwählen.

Schreibt man die Werte von "n über k" für alle n und k von 0 aufwärts zweidimensional an (mit n als Zeilennummer und k als Spaltennummer, beide ab 0), so erhält man das sogenannte **Pascal'sche Dreieck**. Schreibt man es symmetrisch als Pyramide an, so ist jede Zahl die Summe der beiden Zahlen schräg links und schräg rechts darüber (rekursive Definition), schreibt man es als zweidimensionales Array an, ist jeder Wert die Summe des Wertes senkrecht darüber und des Wertes diagonal links darüber.

Wir wollen ein Programm schreiben, das das Pascal'sche Dreieck auf diese Weise berechnet und ausgibt:

- Aufgerufen wird das Programm mit einer einzigen Zahl > 0 auf der Befehlszeile: Der Anzahl der Zeilen, die ausgegeben werden sollen.
- Intern soll ein quadratisches zweidimensionales Feld von ganzen Zahlen mit genau dieser Anzahl von Zeilen und Spalten angelegt werden.
- Dieses Feld wird in drei Schritten gefüllt:
 - Die Spalte 0 wird in allen Zeilen auf den Wert **1** gesetzt.
 - Alle Spalten (außer der Spalte 0) werden in Zeile 0 auf den Wert **0** gesetzt.
 - Dann werden Zeile für Zeile (ab Zeile 1) die restlichen Werte berechnet, jeweils beginnend ab Spalte 1 (denn Spalte 0 hat ja schon einen Wert): Jedes Element ist die Summe des Wertes in derselben Spalte der Zeile darüber und des Wertes eine Spalte weiter links in der Zeile darüber.
- Schließlich wird das ganze Array Zeile für Zeile ausgegeben, wobei nur die Werte ungleich 0 ausgegeben werden sollen: Zeile Nummer n endet nach n+1 Werten.